SUJET DE BAC TLe D

SESSION JUIN 2004

EXERCICE 1

Le chargement d'un camion remorque est composé de 60 sacs identiques dont 10 contiennent un produit non déclaré aux services de la douane. Le trajet à parcourir comporte trois barrages de douane.

A chacun de ces barrages, le contrôle obligatoire consiste à examiner le contenu de 5 sacs choisis au hasard (les contrôles effectués aux différents barrages sont indépendants)

1. Le camionneur arrive à un barrage donné. (on donnera l'arrondi d'ordre 1 de chacun des résultats obtenus)
   a) Calculer la possibilité pour qu'exactement 2 des 5 sacs contrôlés contiennent le produit non déclaré.
   b) Démontrer que la probabilité pour que l'un au moins des 5 sacs contrôlés contienne le produit non déclaré est égal à 0,6
2. Le camionneur sait que si l'un au moins des sacs contrôlés du produit non déclaré est déclaré est découvert à un barrage quelconque, il doit payer une taxe forfaitaire de 10000fcfa (dix mille francs) à ce barrage pou être autorisé à continuer son chemin avec tout son chargement. Si le camionneur ne peut pas payer la taxe forfaitaire, tout son chargement est saisi.
   i) On suppose que le camionneur paie la taxe chaque fois que le produit non déclaré est découvert. On note X la variable aléatoire égale à la somme totale que le camionneur peut ainsi dépenser sur l'ensemble de son trajet.
   a) Déterminer la loi de probabilité de X
   b) Démontrer que l'espérance mathématique de X.
   c) On suppose que le camionneur n'a pas d'argent pour payer une éventuelle taxe. Calculer la probabilité pour que son chargement soit saisi.

EXERCICE 2

Dans le plan complexe rapporté au repère orthonormé (O, J , I) ; on considère les points A ; B ; et C d'affixes respectives Z_A, Z_B, Z_C telles que : $Z_A = 4i$, $Z_B = 2\sqrt{3} + 2i$ *et* $Z_c = 2\sqrt{3} + 2i$

1. Déterminer le module et l'argument principal de chacun des complexes Z_A , Z_B , Z_C
2. Utiliser les résultats précédents pour placer les points A , B et C . (unité graphique)
3. Démontrer que le triangle OBA est équilatéral.
4. Démontrer que le quadrilatère OBAC est losange
5. On désigne par K le milieu du segment [OA] et S LA Similitude directe de centre O qui transforme B en K.
   a) Déterminer l'écriture complexe de S
   b) Calculer l'affixe de l'image par S du point L milieu du segment [AC]
   c) En déduire que l'image par S de la médiatrice du segment [AC] est la droite (OI) .

PROBLEME

PARTIE A

On donne la fonction P définie sur R par : P(x) = e^{2x} - 5e^{x} + 4

1. Résoudre l'équation : x∈ R , $P(x) = 0$
2. Démontrer que :$\forall x \in]-\infty\,; 0[\cup]ln4\,; +\infty[$,   P(x)> 0

$\forall x \in]0\,; ln4[$, $p(x) > 0$

PARTIE B

Soit la fonction f définie de R vers R par f(x) = x – 1 + (1 /e^{x} - 2)

On désigne par(C) sa courbe représentative dans le plan muni du repère orthonormé (O ,I ,J) . (Unité :2)

1. Déterminer l'ensemble de définition de f
2. Calculer les limites de f en +∞, $-\infty$ à gauche et à droite en Ln2.
3. On admet que f est dérivable en tout point de son ensemble de définition et on note f' sa dérivée.

a) Vérifie que $\forall x \in]-\infty; ln2[\cup\ ]ln2; +\infty[$, $f'(x) = \frac{e^{x}}{(e^{x-2})}$

b) En déduire le sens de variations f

c) Dresser le tableau de variation f

4. Démontrer que la droite (D) d'équation y = x -1 est une asymptote oblige à (C) en + ∞
5. Etudier la position de (C) par rapport à (D) sur l'intervalle$]ln2\,;\ +\infty[$
6. Démontrer que :$\forall \in]-\infty\,; ln2[\cup]ln2\,;\ +\infty[$
7. Démontrer que la droite (Δ) d'équation y = x – 3/2 st une asymptote oblique à (C) en --∞
8. Etudier la position de (C) per rapport à (Δ) $sur\ ]-\infty; ln2[$

Construire (C) ,(D) et (Δ)

PARTIE C

Soit λ Un nombre réel strictement négatif

1. Exprimer en fonction de λl' aire A(λ) en cm^2 de la partie du plan comprise entre la courbe (C), la droite (OJ) , la droite (Δ) et la droite d'équation x =λ
2. a) Calculer la limite de A (Δ) lorsque λ tend vers -∞

   b) Hachurer sur la figure la partie du plan dont l'aire est égal à $\mathcal{A}$