BAC Tle D

SESSION JUIN 2005

EXERCICE 1

Le plan est reporté à un repère orthonormé à direct (O, u ; v). L'unité est le centimètre. On donne le point A d'affixe i et l'ensemble (τ) des points M du plan d'affixe Z vérifiant =$\left|(1-i\sqrt{3})z-\sqrt{3}-i\right|$= 6

1. –a)Démontrer qu'un point M appartient à (τ . Si son affixe z vérifie$|z-i|$= 3

   -b) En déduire la nature de (τ)

2. – On considère les points B et C d'affixes respectives$\sqrt{3}et-4i$et -4i. L'application S est la similitude directe qui applique A sur O et B sur C

   a) Démontrer que : Z' = $(1-i\sqrt{3})z-3\sqrt{3}-i$
   b) Déterminer les éléments caractéristiques de S. On noteraΩ. son centre.

3- On désigne par (C) l'image de (τ) par s

a) Déterminer la nature et les éléments géométrique de (C) .
b) Construire (C) et (τ).

4- Soit D le point tel que D$\epsilon[\Omega B)]$

a) Construire les points D et Ω Dans le même repère.
b) Démontrer que le triangle ΩCD est équilatéral

5- Soit r la rotation de centre Ω Qui transforme C en D.

a) Déterminer l'écriture complexe r
b) Calculer l'affixe

Exercice 2

A –Soit f la fonction définie de $[2;+\infty[$ $vers\ R\ par\ f(x)$ =($6x^2$ +22x + 20)/(x^2 +5x+ 6)

1. Calculer f (2) puis calculer lim f(x) .
2. Démontrer que $\forall x\in[2;+\infty[, f'(x)=(8x+16)/(x^2$ +5x+6)
3. a) Démontrer que$\forall x\in[2;\ +\infty[\,, f'(x)=8(x+2)^2$/($x^2$ +5x +6)

   b) Dresser le tableau de variation de f . B une urne contient un jeton marqué 1 , deux jetons marqués 2 et n jetons marqué 3 ; n étant un entier naturel supérieur ou égal à 2

On note x la variable aléatoire égal à la somme des points marqués sur les deux jetons extraits de l'urne.

1) a- Déterminer les valeurs prise par X.
   b- Exprimer en fonction de n la loi de probabilité de X
2) Soit E(X) l'espérance mathématique de X
   a- Démontrer que : E(x) = $6n^2+22n+20n+20/n^2+5n +6$
   b- Déterminer n pour que E(x) soit égale à 5
   c- En déduire de la partie A que4,4≤ $E(x)$6 Donner une interprétation de cet encadrement.

PROBLEME

PARTIE A

Soit g la fonction dérivable sur$]0;+\infty[$ et définie par g(x) = $(2 / 3) x^3 + 1-2\ln x$

1) a) Démontrer que $\forall x>0, g'(x)$ =$2(x-1)(x^2+x+1)/x$
   b) Déterminer le signe de g'(x) suivant les valeurs de x.
   c)En déduire les variations de g

2) a)Dresser le tableau de g
   b) Démontrer que $\forall x \in]0;+\infty[, g(x)>0$

PARTIE B

Soit f la fonction dérivable sur$]0;+\infty[$ Et définie par f(x)= $(2 /3)x-1 + \ln x/x^2$ On note (C) la courbe représentant f dans le plan muni du repère orthonormé (O, I ,J) d'unité 2cm

1 – a) Déterminer les limites de f en 0 et en $+\infty$

– b) En déduire que (C) admet une asymptote verticale.

2 – a)Démontrer que la droite (D) d'équation y =(2/3)x-1 Est une asymptote oblique à (C)

– b) Etudier la position de (D)

3 – a) Démontrer que y$\forall x>0, f'(x)= \ g(x)$/$X^3$

– b) En déduire les variations de f. (On pourra utiliser la question

-c) Dresser le tableau de variation de f.

4 – a) Démontrer que l'équation x∈ $]0;+\infty[, f(x)=0$ admet une solution unique a

- b) Démontrer que 1,15 $<\alpha<$ 1,3
- c) Construire (D) et (C) dans le même repère (On prendra α =1,2)

5 Soit …. Un réel strictement supérieur à 1 ; A(λ) désigne l'aire de la partie du plan limitée par (D), (C) et les droites d'équations $x = 1$ et $x = \lambda$

a) A l' aide d'une intégration par parties , calculer A(λ)
b) Déterminer la limite de A (λ) lorsque λtend vers $+\infty$.