SESSION JUIN 2009

Exercice 1

L'entreprise ivoirbois, spécialisée dans l'industrie du bois' envisage de faire des prévisions pour l'année 2007 du cout de production de feuilles de contre plaquées en fonction du chiffre d'affaires. Elle dispose à cet effet des statistiques résumées dans le tableau ci-dessous :

Années	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006
Chiffres d'affaires X(en millions de francs)	350	380	500	450	580	650	700
Cout de production Y(en millions de francs)	40	45	5055	60	65	70	

1. Représenter graphiquement le nuage de points associé à la série double (X,Y) dans le plan rapporté à un repère orthogonal(O,I,J).
   On prendra 1 cm pour 50 millions de francs en abscisse et 1cm pour 5 millions de francs en ordonnées.
2. a) Calculer le chiffre d'affaire moyen X.
   b) Calculer le cout moyen de production Y.
3. a)Vérifier qu'un arrondi à l'entier de la covariance cov(X, Y) de la série statistique est égale à 1193
   b) Justifier l'existence d'un ajustement linéaire entre X, Y.
4. a)Déterminer une équation de la droite (D) d'ajustement de Y en fonction de X par la méthode des moindres carrés.
   b) Construire (D) dans le repère (O,I,J).
5. Utiliser l'ajustement précédent pour prévoir le cout de production de l'entreprise ivoirbois de l'année 2007 est de 800 million de francs.

Exercice 2

Soit la suite $(u_{n)n\in N}$défini par :$U_0 = 0$

$$U_{n+1} = \frac{3}{5}\, U_{n+1}$$

1) Dans le plan rapporté à un repère orthonormé (O,I,J) , représenter sur l'axe des abscisses les termes U_0 ; U_1 ; U_2 ; U_3 de la suite $(U)_n\in$ N (unité graphique 2cm).
2) a)Démontrer par récurrence que la suite $(U_n)_n\in{}_{N.}$est majorée par (5/2).
   b) Démontrer que la suite $(U_n)_n\in N$converge.

3) Soit la suite$(V_n)_n\in N$ est définie par : $\forall n \in N\ , Vn = Un - \frac{5}{2}$

   a)Démontrer que la suite $(V_n)_n\in N$est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.

   b)Exprimer V_n puis U_n en fonction de n.

   c)Déterminer la limite$(U_n)_n\in N$

PROBLEME

Partie A

On considère la fonction dérivable sur R par : g(x) =1 – (1+x)e^{x}

1) a. Justifier que la limite de g +∞ $est - 1$
   b. Déterminer la limite de g en - ∞

2) a. Démontrer que tout x éléments de R, g'(x) =(x-2) e^{1-x}.

   b. Etudier les variations de f et dresser son tableau de variation

3) a. Démontrer que l'équation x ∈ R , $g(x)$=0 admet une solution uniqueα.

   b. Justifier que : 0,4< α <0,5

   c. En déduire que : $\forall x \in]-8; \alpha[; g(x) > 0$

   $\forall x \in]\alpha\,;\,+\infty[\,; g(x) < 0$

Partie B

On considère la fonction numérique f dérivable sur R par : f(x)=xe^{1-x}- x+2

On note (C) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I , J) l'unité graphique est 2 cm.

1) Déterminer les limites de f en +∞ et -∞
2) a. Démontrer que f est une primitive de g
   b.Etudier les variations de f et dresser son tableau de variation

3) a. Démontrer que la droite(D) d'équation y = - x + 2 est asymptote à (C) en +∞

   b. Etudier la position relative (D) et (C)

4) Démontrer que (C) admet en -∞une branche parabolique de direction (OJ)

5) Déterminer une équation de la tangente (T) à (C) au point d'abscisse 1.

6) Démontrer que : f (α) = 1-$\alpha + \frac{1}{1-\alpha}$

7) Justifier que pour tout nombre réel x , f(-x + 2) = e^{x-1} f(x).

8) On admet que l'équation f(x) = 0 admet exactement deux solutions. On appelle β L'une de ces solutions. Démontrer que – β + 2 est l'autre solution.

9) Tracer (D) , (T) et (C). On prendra : $\alpha = 0{,}4\ et\ \beta = 2{,}5$

Partie C

Soit … un nombre réel positif et A(λ) l'aire en cm2 de la partie du plan délimitée par (C) , la droite (D) d'équation y = -x + 2 et les droites respectives x= 0 et x =λ

1) Calculer A(λ) à l'aide d'une intégration par parties.
2) Déterminer la limite de A(λ) lorsque λ tend vers +∞