BAC Tle D

SESSION JUIN 2010

Exercice 1

Partie A

On considère dans C l'équation :

(E) : $4z^3 - 6i\sqrt{3}z^2 - 3(3 + i\sqrt{3})z - 4 = 0$

1- Déterminer les racines carrées de $6+6i\sqrt{3}$
2- Résoudre dans C l'équation $2z^2 - (1 + 3i\sqrt{3})z - 4$
3- a) Développer, réduire et ordonner (2z)
   b) En déduire les solutions de (E)

4- Soit $z_0 = (-1/2)$

Partie B

Dans le plan complexe rapporté au repère orthonormé direct (O ; I ; J) ou l'utilité est 1cm , on considère les points M_0 , M_1 et M_2 d'affixes respectives

S est la similitude directe de centre O, d'angle $-\frac{\pi}{3}$ et de rapport 2

1. a) Déterminer l'écriture complexe de S.
   b) Justifier que $S(M_0) = M_1$ et $S(M_1) = M_2$.
2. Soit M_n un point du plan d'affixe z_n. On pose pour tout nombre entier naturel n, $M_{n+1} = S(M)$.
   Justifier que $Z_{n+1} = (1 - i\sqrt{3})z_n$
3. On considère la suite (U_n) définie pour tout entier naturel n par $U_n =$
   a)Démontre que (U_n) est une suite géométrique dont on déterminera la raison et le premier terme.
   b) Justifier que la distance $OM_{12} = 2048$.

Exercice 2

On teste un médicament sur un ensemble d'individus ayant un taux de glycémie anormalement élevé. Pour cela, 60% des individus prennent le médicament, les autres recevant une substance neutre et l'on étudie à l'aide d'un test la baisse du taux de glycémie.

Chez les individus ayant pris le médicament, on constate une baisse de ce taux avec une probabilité de 0,8 ; on ne constate aucune baisse du taux de ce taux 90% des personnes ayant reçu la substance neutre.

1 – Calculer la probabilité d'avoir une baisse du taux de glycémie sachant qu'on a pris le médicament.
2 – Démontrer que la probabilité d'avoir une baisse de taux de glycémie est 0,52.
3 – On soumet au test un individu pris au hasard. Quelle est la possibilité qu'il ait pris le médicament sachant que l'on constate une baisse de son taux de glycémie ?
4 – On contrôle 5 individus pris au hasard.
   a) Quelle est la probabilité d'avoir exactement deux personnes dont le taux de glycémie a baissé.
   b) Quelle est la probabilité d'avoir au moins un individu dont le taux de glycémie a baissé ?

5 – On contrôle n individus pris au hasard. (n est un entier naturel non nul)

Déterminer n pour que la probabilité d'avoir au moins un individu dont le taux de glycémie a baissé soit supérieur à 0,98.

Problème

Partie A

Soit la fonction g dérivable sur $]0\,;\, +\infty[$ et définie par : g(x)=1+xlnx.

1- a) Justifier que $\forall x \in]0;\, +\infty[\,, g'(x) = 1 + lnx$.
   b) Etudier les variations de g et dresser son tableau de variation (on ne calculera pas les limites de g.)
2- En déduire que $\forall x \in]0\,;\, +\infty[\,, g(x) > 0$

Partie B

f la fonction définie sur]0 ; + ∞ [, g(x) $>$ 0Par :

$$f(x) = 0$$

$$\forall x \in]0\,;\, +\infty[\,, f(x) = \frac{x}{1 + xlnx}$$

On note (C) la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormé (O , I ,J) (Unité : 4 cm)

1 – a) Etudier la continuité de f en 0-

-b) Etudier la dérivabilité de f en 0

-c) Démontrer que :

(C) est au-dessus de (T) sur]0,1[.

(C) est au-dessous de (T) sur]1 ; +∞[

2 Démontrer que la droite (OI) est asymptote à (C) en +∞

3 –a) On suppose que f est dérivable sur]0 ; +∞[

Démontrer que $\forall x \in]0\ ;\ +\infty[$, f'(x) =$\frac{1+x}{(1+xlnx)^2}$

-b) En déduire les variations de f et dresser son tableau de variation.

4 Construire la droite (T) et la courbe (C) dans le plan muni du repère (O ;I ;J)

Partie C

1 a) Justifie que :$\forall x \in]0; +\infty[$, f(x)≤ 1

b) Démontrer que$\forall x \in]0\ ;\ +\infty[\ , 1 - \frac{1}{(1+x)} \leq f(x)$

2 – Soit A l'aire en cm^2 de la partie du plan limitée par (C) , (OI) et les droites d'équations x =1 et x=e

Démontrer : 16(e-1) + 16Ln(2/1+6)$\leq A \leq 16$(e-1)