BAC Tle D

SESSION JUIN 2008

Exercice 1

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé (O ; e_1 ; e_2). On considère l'équation (E) : $z \in C, z^3+(6-4i)z^2+(1-20i)z-14-5i=0$

1 – a) Vérifier que i est une solution de l'équation (E).
b) Résoudre dans C l'équation : $z^2+ (6-4i) z+5-14i=0$
c)Résoudre à l'aide des questions qui précèdent l'équation (E).

2 – On considère les points A,B et D d'affixe respectives u=i ;v = -2+3i et t=-4+i
a) Placer les points A,B et D dans un repère.
b) Ecrire le nombre complexe Z=(u-v /t-v) sous forme trigonométrique.
c) En déduire que le triangle ABD est rectangle isocèle en B.

3 – Soit S la similitude directe de centre A qui transforme D en B.

B' est l'image de B par S.

a) Justifier que le triangle ABB' est isocèle en B'.
b) En déduire la construction du point B'

4 – a) Déterminer l'écriture complexe de S.

Calculer l'affixe de B'

Exercice 2

Le tableau ci- dessous donne les notes sur 20 obtenues en mathématiques et en sciences physiques par huit candidats de la série D au baccalauréat 2005. X_i est la note de mathématiques et Y_i la note en sciences physiques.

x_i	4	6	7	9	11	14	12	17
y_i	3	4	6	8	10	12	9	14

1. Représenter le nuage de points associé à cette série statistique double dans un repère orthonormé (unité 1cm).
2. Calculer les coordonnées du point moyen G du nuage puis placer dans le repère.
3. a) Vérifier que la covariance cov (X,Y) de la série statistique est égal à (57/4).
   b) Calculer le coefficient de corrélation linéaire entre X et Y.

4. Démontrer qu'une équation de la droite (D) de régression de Y en X par la méthode des moindres carrés est : y=(19/22)x-(17/44).

5. Sur la base de l'ajustement linéaire ainsi réalisé, calculer la note probable de mathématique d'un candidat qui a obtenu 15 sur 20 en sciences physiques.

PROBLEME

L'objet de ce problème est l'étude de la fonction f dérivable sur $]0; +\infty[$ Définie par : f(x) =2x-3+(lnx /x).

On note (C) la courbe représentative de f dans le plan muni du repère orthonormé (O,I ,J). L'unité graphique est 2cm.

Partie A

Soit g la fonction dérivable sur $]0\,; +\infty[$ et définie par : $g(x)=2x^2$

1. Etudier les variations de g, puis dresser son tableau de variation. (on ne demande pas de calculer les limites)
2. Justifier que $\forall x \in]0\,;\ +\infty[\,; g(x) > 0$

Partie B

1. a) Calculer la limite de f en +∞
   b) Déterminer Lim f(x) puis interpréter graphiquement le résultat
2. a)Démontrer que la droite (D) d'équation : y=2x-3 est asymptote à (C) en +∞

   b) Préciser la position de (C)
3. a)Démontrer que pour tout réel strictement positif x, $f'(x)=(g(x)/x^2)$.

   b) Etudier les variations de f puis dresser son tableau de variation.

   c)Démontrer qu'une équation de la tangente (T) à (C) au point d'abscisse 1 est : y= 3x-4.
4. a)Démontrer que l'équation f(x)=0 admet une solution unique α

   b) Justifier que : $1{,}3 < \alpha < 1{,}4$

Partie C

1. On pose : $\varphi(x) = f(x)-(3x-4)$ et $h(x)=-x^2+1-\mathrm{Ln}x$
   a)Déterminer le sens de variation de h sur $]0\,; +\infty[$
   b) Calculer h(L) puis justifier que :
   $$\forall x \in]0; 1[\,; h(x) > 0$$
   $$\forall x \in]1; +\infty[; h(x) < 0$$
2. a)Démontrer que$\forall x \in]0; +\infty[$
   b) Etudier les variations de puis en déduire le signe de (x) suivant les valeurs de x.

c)Déterminer la position de (C) par rapport à la tangente (T).

Partie D

1. Tracer la courbe (C), la droite (D) et la tangente (T). (On prendra α=1,35)
2. Calculer en cm^2 l'aire de la partie du plan délimite par la courbe (C), la droite (D) et les droites d'équation x=1 et x=e