Tapez une équation ici.**SESSION JUIN 2006**

Exercice 1

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O , I , J) . L'unité est le centimètre. Soit A,B et C trois points d'affixes respectives Z_A , Z_B , et Z_C TELS que : $Z_A = 2 + 6i$; $Z_B = 4 +2i$; $Z_C = 6i$

1- Placer les points A, B et C dans le plan.
2- a) Déterminer la forme algébrique de $Z = (Z_0 – Z_A)/(Z_B – Z_A)$ ou Z_0 est l'affixe de l'origine du repère
   b) Ecrire Z sous forme trigonométrique
   c) Déterminer une mesure de l'angle orienté (AB, AO)
3- Soit la rotation de centre B et d'angle$(\widehat{\overrightarrow{AB}\,,\overrightarrow{AO}})$
   a) Déterminer l'écriture complexe de r
   b) Déterminer l'image de 0 par r.
   c) En déduire que le triangle OAB et un triangle rectangle isocèle en B
4- a) Déterminer le centre et le rayon du cercle(C) circonscrit au triangle AOB. Construire (C)
   b) Démontrer que les points O , A ,B et C appartiennent à un même cercle.

Exercice 2

Une banque dispose de guichets automatiques ou certains clients peuvent faire des retraits d'argent à l'aide d'une carte magnétique a un code secret connu seulement du titulaire de la carte. Ce code secret est une suite de quatre chiffres du système décimal.
Exemples de codes : 0375 ; 9918 ; 2400.
Les deux parties A) et B) suivantes sont indépendantes.

A) 1- Combien de cartes magnétiques la banque peut-elle distribuer à ses clients
   2- Démontrer que la probabilité pour que le code d'une carte magnétique commence par 0 est égal à (1 / 10)
   3-Calculer la probabilité pour que le code d'une carte magnétique soit composé des chiffres 2 ; 4 5 ; 7.
   Celui-ci comporte les chiffres 2 ;4 ; 5 ;7 . Il décide alors de tenter sa chance au guichet automatique.
   Les guichets automatiques sont équipés de mémoires leur permettant de confisquer une carte après trois essais infructueux successifs. Monsieur Koné joue la prudence et s'impose deux essais au maximum.

1. Calculer la probabilité de chacun des évènements suivants :
   a) E : « Monsieur Koné réussit à retirer de l'argent au premier essai »
   b) F : « Monsieur Koné échoue au premier essai et réussit au deuxième essai »
2. Soit G l'évènement : « Monsieur Koné retire de l'argent ». Démontrer que la possibilité de G est égale à (1/12)

3. De retour à la maison, Monsieur Koné annonce fièrement à son épouse qu'il a pu retirer de l'argent au guichet automatique. Calculer la probabilité qu'il ait effectué le retrait au premier essai
4. La banque prélève une taxe pour chaque essai de retrait au guichet automatique. Cette taxe s'élève à 30 francs par essai fructueux et à 60 francs par essai infructueux. X désigne la variable aléatoire qui détermine la taxe totale à payer sur l'ensemble des essais faits par Monsieur Koné.

a) Déterminer la loi de probabilité de X

b) Démontrer que l'espérance mathématique X est égale à 115 francs.

PROBLEME

Partie A

Soit la fonction g dérivable et définie sur$]0\ ;+\infty[$ par g(x) = x^2 – lnx – 1.

1- Calculer les limites de g en o et en +

2- Démontrer que, pour tout nombre réel strictement positif x g'(x) = ($2x^2$ – 1)

3- Etudier les variations de g et dresser son tableau de variations

4- a) Démontrer que l'équation g(x) = 0 admet deux solutions. On désigne par α la plus petite des solutions.

b) Démontrer que 0,40,4 $< \alpha < 0{,}5$

c) Calculer g(1)

d) En déduire que, pour tout nombre réel strictement positif x :

si x ∈ $]0;\alpha[\cup]1\ ;\ +\infty[\ alors\ g(x) > 0$

si x∈ $]\alpha\ ;1[\ alors\ g(x) < 0$

Partie B

Soit f la fonction dérivable et définie sur $]0\ ;\ +\infty[\ par\ f(x) =\ x + \frac{2}{x} + \frac{lnx}{x}$

On note (C) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthogonal (O, I, J). L'unité est 4 cm sur (OI) et 2 cm sur (OJ)

1) a- Déterminer la limite de f en 0. Donner une interprétation graphique du résultat.

   b- Déterminer la limite de f en +∞

2) Démontrer que pour tout nombre réel strictement positif x , f'(x) =$\frac{g(x}{x^2}$

3) a- Démontrer que f(α) $= 2\alpha + \frac{1}{\alpha}$

   b-Etudier les variations de f et dresser son tableau de variation.

4) Démontrer que la droite (D) d'équation y=x est asymptote à (C) en +∞
5) Etudier la position de (D) par rapport à (C)
6) Tracer (D) et (C). On prendra α= 0,45 et f(α)= 3,1

7) Soit A l’aire en cm^2 de la partie du plan délimitée par (C),(D) et les droites d’équations respectives $x=e^{-2}$ et $x = 1$

Calculer A