BAC BLANC 2012

EXERCICE 1

On dispose de deux dés tétraédriques, l'un bleu et l'autre rouge dont les faces sont respectivement notées 1, 1, 1, 2 et -1, 0, 2 , 2. On lance simultanément les deux dés et l'on relève les nombres inscrits sur les faces cachées des dés.

1. On considère la variable aléatoire X prenant pour valeur la somme des nombres ainsi relevés.

a)Donner la loi de probabilité de X .

b) Calculer l'espérance mathématique et l'écart-type de X.

2. On effectue ces jets n fois de suite.

a)Donner la probabilité q de relever une fois et une seule fois le nombre 2 pour le dé bleu au cours de ces n jets.

b) Donner la probabilité q de relever une fois et une seule fois le nombre 2 pour le dé rouge de ces n jets.

c)A partir de quelle valeur de n a-t-on p $> q$?

EXERCICE 2

Dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J), on donne les points A et B d'affixes respectives $Z_A = 2 + 2i$ et $Z_B = 1 + \sqrt{3} + i\,(3 + \sqrt{3})$.

1. Ecrire le nombre $Z = \frac{z_B}{z_A}$ complexe sous forme algébrique.

2.a)Déterminer OA et AB. Vérifier que OB = 2 $(1+\sqrt{3})$

b) Déterminer en radians, la mesure principale de $\widehat{(\vec{u},\overrightarrow{OA})}$ et $\widehat{(\vec{u}, \overrightarrow{OB})}$. En déduire une mesure en radians de l'angle $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB})$.

3. En utilisant les questions précédentes, donner les valeurs exactes de cos $\frac{\pi}{12}$ et sin $\frac{\pi}{12}$.

4.a)Déterminer l'affixe du point D image de A dans la rotation de centre O et d'angle $\propto$ où $\propto = 2\widehat{(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB})}$.

b) Quelle est la nature du quadrilatère OABD ? Justifier la réponse.

PROBLEME

Partie A

Soit la fonction numérique g définie sur $]1; \infty[$ par : g (x) = $\frac{x}{2x-1} - \ln(x-1)$

1. Etudier le sens de variation de g.

2.a)Montrer que l'équation g(x) = 0 a une solution unique $\propto$ dans $]1; +\infty[$.

b) Montrer que $2 \leq \alpha \leq 3$.

3. Déduire le signe de g su r $]1; +\infty[$.

Tourner la feuille s'il vous plait

Partie B

On considère la fonction f définie sur $]1;\infty[$ par $f(x) = \frac{2ln(x-1)}{x^2 - x}$. Soit (C) la courbe représentative de f dans un repère orthogonal (O, I, J) unités : OI = 2cm et OJ = 4cm.

1. Calculer les limites de f en 1 et en $+\infty$.Interpréter géométriquement ces résultats.

2.a)Montrer que pour tout x de $]1;\infty[$, $f'(x)= \frac{2(2x-1)}{(x^2-x)^2}g(x)$.

b) En déduire les variations de f.

c)Montrer que $f(\alpha) = \frac{2}{(\alpha-1)(2\alpha-1)}$ et dresser le tableau de variation de f.

3. Construire la courbe (C). On donne $\alpha \cong 2{,}85$ et $f(\alpha) \cong 0{,}25$.

PARTIE C

On se propose de donner un encadrement de l'aire A exprimée en cm^2 de l'ensemble des points M$(x; y)$ tels que :

$$\begin{cases} 2 \leq x \leq \frac{5}{2} \\ 0 \leq y \leq f(x) \end{cases}$$

1.a)Montrer que pour tout réel $x \geq 2$, on a : $\frac{1}{(x-1)^2} \leq \frac{2}{x^2-x} \leq \frac{1}{x-1}$

b) En déduire pour tout réel $x \geq 2$, que : $\frac{ln(x-1)}{(x-1)^2} \leq f(x) \leq \frac{ln(x-1)}{x-1}$

2. Calculer I = $\int_2^{5/2} \frac{ln(x-1)}{x-1}dx$.